การใช้ CAS ในการอธิบายมโนทัศน์ของการหาปริพันธ์และการประยุกต์ในรูปแบบเชิงขั้ว

Using CAS to Visualize Concepts of Integration and Its Application Polar Form

สามารถ พยอมหอม (Samart Payomhom)* ดร. อังสนา จั่นแดง (Dr. Ungsana Chundang)**
ทัศนีย์ ตันติพิศาลกุล (Tasanee Tantipisankul)**

บทคัดย่อ

ในการสอนรายวิชาแคลคูลัสและเรขาคณิตวิเคราะห์ 2 สำหรับนักศึกษาสายวิทยาศาสตร์ สิ่งที่สำคัญและจำเป็นที่จะทำให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจได้ดีคือการสร้างมโนทัศน์ในเรื่องที่เรียน เพราะมโนทัศน์ที่เกิดขึ้นจะช่วยให้ผู้เรียนเกิดความคงทนในการเรียนรู้ การใช้ CAS ในการอธิบายมโนทัศน์ของการหาปริพันธ์และการประยุกต์ในรูปแบบเชิงขั้วสามารถทำโดยการใช้โปรแกรมสำเร็จรูปทางคณิตศาสตร์ด้านเรขาคณิตเชิงพลวัตร การวิจัยเรื่องนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อสร้างสื่อการสอนวิชาแคลคูลัสเรื่องการหาปริพันธ์และการประยุกต์ในรูปแบบเชิงขั้ว หาประสิทธิภาพของสื่อการสอน ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจากการใช้สื่อที่สร้างขึ้น กลุ่มตัวอย่างในการศึกษาเป็นนักศึกษาที่เรียนรายวิชาแคลคูลัสและเรขาคณิตวิเคราะห์ 2 ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2550 มหาวิทยาลัยราชภัฏเทพสตรี ที่สอบผ่านความรู้พื้นฐานเรื่องระบบพิกัดเชิงขั้ว ด้วยคะแนนไม่ต่ำกว่าร้อยละ 60 มีจำนวน 31 คน ผลการวิจัยพบว่า สื่อการสอนที่สร้างขึ้นมีประสิทธิภาพ 75.97/78.36 ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70/70 ที่ตั้งไว้ นักศึกษามีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

ABSTRACT

In teaching calculus and analytic geometry 2 for science students one of important aims is to create a good comprehension of the basic concepts appearing in the topic. This comprehension should give the capability of the students to enhance their knowledge. In many cases the introduction of a new concept can be done by using a good visualization. It's possible to use Computer Algebra System (CAS) to introduce the concepts of finding the area in polar form by dynamical visualization. The objective of this thesis are to create the lesson by using The geometer's sketchpad , the efficiency of visual aided , to study the learning achievement of student in visual aided. The sample group is the 31 undergraduate students in the second semester of 2007 of Thepsatri Rajabhat University. The result revealed that the efficiency of the visual aided by CAS passed the criterion 70/70 respectively. The learning achievement of the students passed

* นักศึกษาหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยี พระจอมเกล้าธนบุรี
** ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี

the criterion of 60%. Also their learning achievement after study was better than before study the lesson with statistical significant at 0.01.

คำสำคัญ : หลับตามองเห็น มโนทัศน์ รูปแบบเชิงขั้ว
Key Words : Visualization, Concepts, Polar form

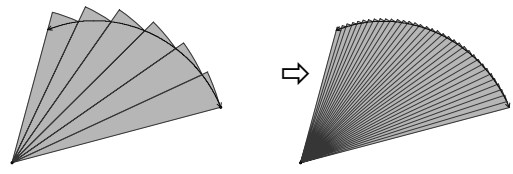
บทนำ

แคลคูลัส (Calculus) เป็นคณิตศาสตร์วิชาหนึ่ง ประกอบด้วยเนื้อหาที่เป็นการสังเคราะห์ระหว่างพีชคณิตและเรขาคณิต มโนทัศน์ (Concept) พื้นฐานของวิชาแคลคูลัสจะเกี่ยวข้องกับฟังก์ชันและกราฟและถูกนำไปประยุกต์ใช้อย่างกว้างขวางในหลายสาขาวิชาในระดับอุดมศึกษา เช่น วิทยาศาสตร์ วิศวกรรมศาสตร์ สังคมศาสตร์ การเรียนการสอนวิชาแคลคูลัสควรมุ่งส่งเสริมผู้เรียนในด้านความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ (Conceptual Understanding) ให้มากขึ้น การศึกษาเนื้อหาวิชาแคลคูลัสในเนื้อหาเกี่ยวกับการหาปริพันธ์และการประยุกต์ในรูปแบบเชิงขั้วนั้นที่ผ่านมาในอดีตพบว่า อาจารย์ที่สอนวิชาแคลคูลัสบางครั้งมีเวลาจำกัดในการเขียนกราฟหรือภาพประกอบหรืออาจจะเขียนได้ไม่สมบูรณ์เท่าที่ควร นักศึกษาเข้าใจเนื้อหาอย่างไม่ลึกซึ้ง หรือมีความเข้าใจ เนื้อหาผิดพลาดได้อาจเป็นสาเหตุหนึ่งที่ทำให้ผู้เรียน ไม่ประสบความสำเร็จในการเรียน การสอนคณิตศาสตร์ เป็นเรื่องเกี่ยวกับการคิดคำนวณและการคิดเชิงนามธรรม การที่จะให้ประสบความสำเร็จนั้น นอกจากต้องอาศัยเทคนิคการสอนที่ดีแล้ว ยังจำเป็นต้องอาศัยเทคโนโลยีมาช่วยประกอบในการจัดการเรียนรู้ด้วย เพื่อทำให้การสอนคณิตศาสตร์นั้นน่าสนใจและเข้าถึงความคิดรวบยอดได้อย่างรวดเร็ว CAS หรือ Computer Algebra System เป็นซอฟท์แวร์ทางคณิตศาสตร์ที่เข้ามามีบทบาทในวงการคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน และได้มีการนำ CAS เข้ามาใช้ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์อย่างแพร่หลาย

อุปกรณ์และวิธีการวิจัย

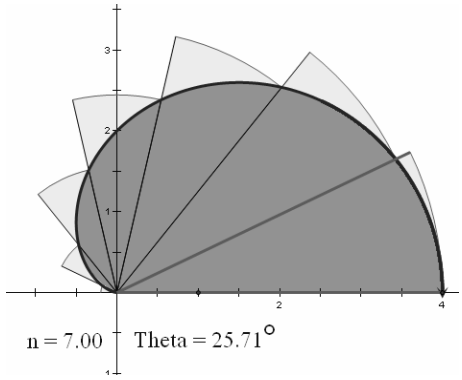
การวิจัยนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลอง เรื่อง การใช้ CAS ในการอธิบายมโนทัศน์ของการหาปริพันธ์และการประยุกต์ในรูปแบบเชิงขั้ว ที่มุ่งศึกษาการสร้างสื่อการเรียนรู้เรื่องการหาปริพันธ์และการประยุกต์ในรูปแบบเชิงขั้วโดยใช้ CAS ในด้านการหาพื้นที่ มีวิธีการดำเนินการวิจัยดังนี้

1. ศึกษาเนื้อหาเรื่องการหาปริพันธ์และการประยุกต์ในรูปแบบเชิงขั้ว แล้วนำมาวิเคราะห์เพื่อสร้างสื่อโดยใช้ โปรแกรม The Geometer's Sketchpad 4.07 นำเสนอนิยามการหาปริพันธ์จำกัดเขตในรูปแบบเชิงขั้ว โดยการกำหนดพื้นที่ที่ถูกปิดล้อมด้วยส่วนโค้ง $r=f(\theta)$ ในช่วง $\theta=\alpha$ ถึง $\theta=\beta$ ในช่วงดังกล่าว ที่มีมุม $\Delta\theta=\beta-\alpha$ มีความยาวของส่วนโค้ง $\Delta\theta \bullet r$ พื้นที่ดังกล่าวประมาณได้ด้วยสามเหลี่ยมฐานโค้ง พื้นที่ที่เกิดขึ้นจากสามเหลี่ยมฐานโค้งที่มีมุมที่จุดยอด $\beta-\alpha$ ยังไม่ใช่พื้นที่ที่ต้องการ การประมาณพื้นที่ให้ใกล้เคียงกับพื้นที่ที่ถูกปิดล้อมด้วยโค้งดังกล่าว ทำได้โดยการแบ่งพื้นที่ออกเป็นส่วนย่อย ส่วน จะมีมุมที่ฐานแต่ละส่วนขนาด $\frac{\beta-\alpha}{n}$ ซึ่งเมื่อเพิ่มจำนวนช่วงย่อย n มากขึ้น จะทำให้แต่ละส่วนโค้ง $\Delta\theta_i \bullet r_i$ เข้าใกล้กับส่วนโค้งของ $r=f(\theta)$ มากขึ้น ดังนั้นผลรวมพื้นที่ทั้งหมดเมื่อ $n\to\infty$ จะทำให้ $\Delta\theta_i \to O$ มีค่าใกล้เคียงกับพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วย $r=f(\theta)$ ดังรูปที่ 1



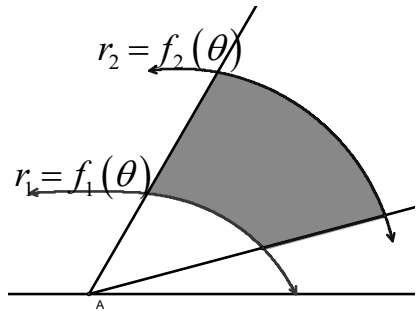
รูปที่ 1 แสดงการแบ่งพื้นที่ออกเป็น n ช่วงย่อย

2. อธิบายการหาพื้นที่ในระบบพิกัดเชิงขั้ว โดยการประมาณพื้นที่ด้วยสามเหลี่ยมฐานโค้งนอกจากมีภาพเคลื่อนไหวที่แสดงการแบ่งพื้นที่ออกเป็นสามเหลี่ยมฐานโค้งเล็ก ๆ ที่แสดงให้เห็นความแตกต่างของการแบ่งพื้นที่เป็นส่วนย่อยมากขึ้นแล้ว ยังสามารถแสดงการคำนวณขนาดของมุมที่จุดขั้วของสามเหลี่ยมฐานโค้งแต่ละรูปได้ดังรูปที่ 3



รูปที่ 2 แสดงการแบ่งพื้นที่และขนาดของมุมที่จุดขั้วของสามเหลี่ยมฐานโค้งแต่ละรูป

3. การพิจารณาพื้นที่ที่ถูกปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง $r_1=f_1(\theta)$ และ $r_2=f_2(\theta)$ ในช่วง $\theta=\alpha$ ถึง $\theta=\beta$ โดยที่ $\alpha<\beta$ แสดงดังรูปที่ 3



รูปที่ 3 แสดงพื้นที่ระหว่างเส้นโค้งในระบบพิกัดเชิงขั้ว

พื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง $r_1=f_1(\theta)$ และ $r_2=f_2(\theta)$ ในช่วง $\theta=\alpha$ ถึง $\theta=\beta$ โดยที่ $\alpha<\beta$ และ $r_1<r_2$ พิจารณาการเปลี่ยนแปลงของมุม $\theta=\alpha$ ถึง $\theta=\beta$ จะพบว่าพื้นที่ที่ต้องการอยู่ในส่วนโค้ง $r_2=f_2(\theta)$ แต่อยู่นอกส่วนโค้ง $r_1=f_1(\theta)$ ในช่วง θ เดียวกัน มีหลักในการพิจารณาคือ วาดกราฟ $r_1=f_1(\theta)$ และ $r_2=f_2(\theta)$ แล้วหาจุดตัดกราฟโดยให้ $r_1=r_2$ หาพื้นที่ r_2 และ r_1 ในช่วง $\theta=\alpha$ ถึง $\theta=\beta$ แล้วหาผลต่างจะได้พื้นที่ตามต้องการ

การอธิบายด้วยโปรแกรมสำเร็จรูปทางคณิตศาสตร์ที่เป็นโปรแกรมเรขาคณิตเชิงพลวัตรจะทำให้นักศึกษาเกิดมโนทัศน์ในการเรียนรู้เรื่องการหาปริพันธ์และการประยุกต์ในรูปแบบเชิงขั้ว

4. สร้างแผนการจัดการเรียนรู้ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ซึ่งเป็นแบบทดสอบอัตนัยเรื่องการหาปริพันธ์และการประยุกต์ในรูปแบบเชิงขั้ว แล้วแบ่งออกเป็น 2 หน่วยการเรียนรู้ คือ หน่วยที่ 1 เรื่องการหาปริพันธ์และการประยุกต์ในรูปแบบเชิงขั้ว และหน่วยที่ 2 การหาพื้นที่ระหว่างกราฟในระบบพิกัดเชิงขั้ว โดยกำหนดวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม สาระสำคัญของเนื้อหา กิจกรรมการเรียนรู้ และการวัดผลการเรียนรู้ และมีผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความถูกต้องเนื้อหา สาระสำคัญ จุดประสงค์การเรียนรู้ นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่สร้างขึ้นให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบนำไปทดสอบกับนักศึกษาที่เคยเรียนรายวิชาดังกล่าวมาแล้วจำนวน 40 คน แล้วแบ่งกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำตามเกณฑ์ 25% เพื่อหาความยากง่าย ความเที่ยงและค่าอำนาจจำแนก

5. นำสื่อการสอน แผนการจัดการเรียนรู้ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและแบบสอบถามวัดความพึงพอใจที่ผ่านการตรวจสอบจากผู้เชี่ยวชาญและผ่านการทดลองใช้กับนักศึกษาที่เคยเรียนเรื่องดังกล่าวมาแล้วนำผลการศึกษามาปรับปรุงก่อนที่จะนำไปทดลองจริงต่อไป

6. ดำเนินการทดลองโดยจัดการเรียนการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างไว้ โดยมีนักศึกษากลุ่มตัวอย่างคือ นักศึกษามหาวิยาลัยราชภัฏเทพสตรีที่เรียนรายวิชาแคลคูลัสและเรขาคณิตวิเคราะห์ 2 ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2550 ได้มาจากการทดสอบความรู้พื้นฐานเรื่องระบบพิกัดเชิงขั้ว จำนวน 31 คน ให้นักศึกษากลุ่มตัวอย่างทำแบบทดสอบก่อนเรียน ดำเนินการสอนและฝึกปฏิบัติโดยแบบฝึกหัดใน และทดสอบท้ายบทเรียน แล้วให้นักศึกษากลุ่มตัวอย่างทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ผลการวิจัยและการอภิปรายผล

การวิจัยครั้งนี้ได้วิเคราะห์ข้อมูลตามวัตถุประสงค์และสมมุติฐานของการวิจัย เรื่องการใช้ CAS อธิบายมโนทัศน์ของการหาปริพันธ์และการประยุกต์ในรูปแบบเชิงขั้ว การหาประสิทธิภาพของสื่อการสอนที่สร้างจากโปรแกรมสำเร็จรูปด้านคณิตศาสตร์ The Geometer's Sketchpad 4.07 โดยให้นักศึกษากลุ่มตัวอย่างทำแบบทดสอบระหว่างเรียนเพื่อหาคะแนนระหว่างเรียน และทำแบบทดสอบหลังเรียนเพื่อหาคะแนนหลังเรียน นำคะแนนที่ได้ไปหาประสิทธิภาพของแผนการสอนได้ผลการวิจัยดังนี้

ตารางที่ 1 แสดงผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

จำนวนนักศึกษา	คะแนนเต็ม	คะแนนสูงสุด	คะแนนต่ำสุด	$\overline{\chi}$
31	30	28	21	24.29

จากตารางที่ 1 แสดงให้เห็นว่า นักศึกษากลุ่มทดลองจำนวน 31 คน มีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง การหาปริพันธ์และการประยุกต์ในรูปแบบเชิงขั้ว เฉลี่ย 24.29 จากคะแนนเต็ม 30 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 78.36 ของคะแนนเต็มถือว่าเกณฑ์ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอยู่ในระดับดี ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 ที่กำหนดไว้ นอกจากนี้พบอีกว่า นักศึกษาสามารถทำคะแนนสูงสุดได้ 28 คะแนน และคะแนนต่ำสุด 21 คะแนน

ตารางที่ 2 แสดงค่าเฉลี่ย ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่าทีของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง การหาปริพันธ์และการประยุกต์ในรูปแบบเชิงขั้ว ก่อนเรียนและหลังเรียน

ระยะเวลา	$\overline{\chi}$	S.D	t - test
ก่อนเรียน	4.51	0.92	2.74
หลังเรียน	24.29	1.93	

จากตารางที่ 2 พบว่าคะแนนก่อนเรียนและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง การหาปริพันธ์และการประยุกต์ในรูปแบบเชิงขั้ว หลังการเรียนสูงกว่าก่อนการเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 แสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพของสื่อการสอนเรื่อง การหาพื้นที่ในระบบพิกัดเชิงขั้วที่สร้างจาก CAS ที่สร้างจากโปรแกรมสำเร็จรูปด้านคณิตศาสตร์ทำให้เกิดประสิทธิผลการเรียนรู้

ตารางที่ 3 แสดงประสิทธิภาพของสื่อการสอน

จำนวนนักเรียน	ประสิทธิภาพระหว่างเรียน (E_1)	ประสิทธิภาพหลังเรียน (E_2)
31	$E_1 = \frac{942}{1,240} \times 100$ $= 75.97$	$E_2 = \frac{753}{930} \times 100$ $= 78.36$

จากตารางแสดงให้เห็นว่า นักศึกษามีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบทดสอบท้ายหน่วยย่อยทั้งหมดคิดเป็นร้อยละ 75.97 และนักศึกษามีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการหาปริพันธ์และการประยุกต์ในรูปแบบเชิงขั้วคิดเป็นร้อยละ 78.36 ดังนั้น ประสิทธิภาพของสื่อการสอนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70/70 ที่กำหนดไว้

อภิปรายผล

1.จากผลการวิจัยพบว่าสื่อการสอนที่สร้างขึ้นส่งผลให้นักศึกษามีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ผ่านเกณฑ์ที่กำหนดไว้ และนอกจากนี้ยังพบอีกว่า จากการสังเกตพฤติกรรมในการเรียนของนักศึกษามีความกระตือรือล้นในการเรียนที่มีสื่อการสอนเป็นส่วนประกอบ นักศึกษาให้ความสนใจในสื่อและการนำเสนอที่เป็นลำดับขั้นตอนทั้งภาพกราฟฟิคและภาพเคลื่อนไหว ทำให้นักศึกษาเกิดความเข้าใจและเกิดมโนทัศน์ในเรื่องที่เรียนดีมากยิ่งขึ้นและยังสามารถแก้ปัญหาในเรื่องดังกล่าวได้ดี แม้ไม่ได้ใช้สื่อประกอบการเรียน ซึ่งสอดคล้องกับผลการศึกษาของ เคนดัล (Kendal, 2001) ที่ได้ศึกษาเรื่องการเรียนการสอนแคลคูลัสเชิงอนุพันธ์เบื้องต้นด้วยโปรแกรมสำเร็จรูปด้านคณิตศาสตร์ (Computer Algebra Systems, CAS) มีส่วนช่วยในการเรียนรู้ ความเข้าใจและการเกิดมโนทัศน์ของการหาอนุพันธ์

2. นักศึกษาที่เรียนโดยใช้สื่อที่สร้างโดยCAS มีความเข้าใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์มากขึ้น รวมทั้งนักศึกษายังมีความเข้าใจที่มาของนิยามการหาปริพันธ์และการประยุกต์ในรูปแบบเชิงขั้วและและเมื่อได้ทำการสอบถามทบทวนเรื่องการหาปริพันธ์ในระบบพิกัดฉาก นักศึกษาเข้าใจและสามารถอธิบายที่มาของนิยามการหาปริพันธ์ในระบบพิกัดฉากได้ ซึ่งเป็นผลมาจากมโนทัศน์ที่เกิดขึ้นจากการเรียนโดยใช้สื่อที่สร้างโดย CAS ซึ่งผลการศึกษาสอดคล้องกับผลการศึกษาของอังสนา จั่นแดง (2542) ได้ทำการศึกษาการใช้ระบบพีชคณิตคอมพิวเตอร์ (CAS) อธิบายและพิสูจน์ทฤษฎีบทพื้นฐานของแคลคูลัส ซึ่งผลการศึกษาพบว่า นักศึกษามีความเข้าใจดียิ่งขึ้นและจดจำได้ว่าทฤษฎีบทพื้นฐานของแคลคูลัสคืออะไร และสามารถนำทฤษฎีบทไปใช้ในการศึกษาเรื่องอื่น ๆ ต่อไปได้เป็นอย่างดี นอกจากนี้ การแสดงสาระสำคัญของทฤษฎีให้เห็นด้วยภาพจะช่วยสนับสนุนให้เกิดความเข้าใจความหมายทางเรขาคณิตของอนุพันธ์และอินทิกรัลจำกัดเขตของฟังก์ชันตัวแปรเดียวด้วย

3. การจัดการเรียนการสอนโดยใช้สื่อที่สร้างโดย CAS สอนเรื่องการหาปริพันธ์และการประยุกต์ในรูปแบบเชิงขั้ว มีการนำเสนอเป็นลำดับขั้นตอน ซึ่งนักศึกษาจะให้ความสนใจกับสื่อที่สร้างขึ้นโดย CAS จากโปรแกรม The Geometer's Sketchpad 4.07 ที่สามารถใช้เป็นโปรแกรมนำเสนอ (Presentation) ได้ นักศึกษาได้ให้ความสนใจกับการสำเสนอโดยสื่ออย่างเป็นลำดับขั้นตอน โดยในการอธิบายส่วนประกอบของฟังก์ชันในระบบพิกัดเชิงขั้ว และการหาพื้นที่ของสามเหลี่ยมฐานโค้ง (Sector) ใช้สีที่แตกต่างจากพื้นที่ที่ถูกปิดล้อมด้วยส่วนโค้ง $r=f(\theta)$ ในช่วง $\theta=\alpha$ ถึง $\theta=\beta$ จึงทำให้นักศึกษา พบความแตกต่างกันของพื้นที่ของสามเหลี่ยมฐานโค้ง เมื่อมีจำนวน 1 ส่วน ($n=1$) และเมื่อเพิ่มจำนวนช่วงย่อยมากขึ้น ($n \to \infty$) นักศึกษาจะสังเกตเห็นส่วนโค้งของสามเหลี่ยมฐานโค้งเข้าใกล้ส่วนโค้ง $r=f(\theta)$ จนเกือบเป็นส่วนโค้งเดียวกัน ในขณะเดียวกันขณะที่ทำการเพิ่มจำนวนช่วงย่อยให้มากขึ้น ($n \to \infty$) นักศึกษาได้พิจารณาการเพิ่มของช่วงย่อยควบคู่กับการเปลี่ยนแปลงของมุม $\Delta\theta_i$ ที่ลดลง ($\Delta\theta_i \to O$) การสอนโดยการใช้ภาพเคลื่อนไหวทำให้นักศึกษาสนใจภาพที่นำเสนอและการแสดงการเปลี่ยนแปลงช่วงย่อยเพิ่มขึ้นและลดลงสลับกันไปมา ทำให้นักศึกษาเกิดการเปรียบเทียบพื้นที่ทั้งสองส่วนได้เป็นอย่างดี จนสามารถเข้าใจที่มาของนิยามการหาปริพันธ์ในรูปแบบเชิงขั้วได้

สรุปผลการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ ผลการวิจัยพบว่านักศึกษากลุ่มทดลองมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนเป็น 24.29 คิดเป็นร้อยละ 78.36 ของคะแนนเต็มถือว่าเกณฑ์ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอยู่ในระดับดี และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนเป็น 1.93 ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 ที่กำหนดไว้ นอกจากนี้พบอีกว่า นักศึกษาสามารถทำคะแนนสูงสุดได้ 28 คะแนน และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังการเรียนสูงกว่าก่อนการเรียน อย่างมีนัย

สำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 แสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพของสื่อการสอนที่มีประสิทธิภาพ ประสิทธิภาพของสื่อการสอน คือ E_1 / E_2= 75.97/78.36 ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70/70 ที่กำหนดไว้

ข้อเสนอแนะ

1. จากการวิจัยครั้งนี้พบว่า สื่อที่สร้างโดย CAS มีส่วนช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ได้ดียิ่งขึ้น ช่วยกระตุ้นให้ผู้เรียนสนใจได้มาก ดังนั้น จึงควรสนับสนุนให้ครูคณิตศาสตร์ทุกระดับชั้นได้นำโปรแกรมสำเร็จรูปด้านคณิตศาสตร์ (CAS) ที่สามารถช่วยให้ผู้เรียนมีความรู้ ความเข้าใจในการเรียนคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้นมาสร้างสื่อการเรียนรู้ในเรื่องอื่น ๆ ต่อไป

2. สื่อที่สร้างโดย CAS มีส่วนช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ได้ดี ในปัจจุบันมีโปรแกรมสำเร็จรูปทางคณิตศาสตร์มากมายที่ช่วยสร้างสื่อการเรียนการสอนได้เป็นอย่างดี เช่น Maple, MATHCAD, MATLAB, Mathematica และ The Geometer's Sketchpad แต่ครูคณิตศาสตร์ขาดความรู้ ความเข้าใจและขาดทักษะในการใช้โปรแกรมในการสร้างสื่อ จึงสมควรส่งเสริมให้ครูคณิตศาสตร์มีความสามารถในการใช้โปรแกรมที่กล่าวมาข้างต้นอย่างจริงจังและต่อเนื่อง มีการติดตามการใช้โปรแกรมสำเร็จรูปในการจัดการเรียนการสอน ทั้งนี้ ในปัจจุบัน ครูคณิตศาสตร์ส่วนหนึ่งได้รับการอบรมเพื่อพัฒนาทักษะการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad แต่ไม่ได้นำมาใช้จัดการเรียนการสอนอย่างจริงจัง รวมทั้งขาดความต่อเนื่องในการใช้ และขาดการติดตามการใช้โปรแกรมสำเร็จรูปในการสร้างสื่อการสอน จึงทำให้ผู้เข้ารับการอบรมไม่ได้นำความรู้และทักษะที่ได้รับมาใช้ในการสร้างสื่อเพื่อจัดการเรียนการสอนอย่างเต็มที่

เอกสารอ้างอิง

ชนศักดิ์ บ่ายเที่ยง และศรีบุตร แววเจริญ. 2549. อินทิกรัลและการประยุกต์. พิมพ์ครั้งที่ 2. วงตะวัน. กรุงเทพ ฯ.

ประดิษฐ์ วิชัย, ธีรวัฒน์ นาคะบุตร และรัตนพร บ่อคำ. 2544. รายงานการวิจัยการพัฒนาชุดการเรียนวิชาแคลคูลัสโดยใช้ห้องปฏิบัติการสำหรับนักศึกษาระดับปริญญาตรีสถาบันราชภัฏ. สำนักงานสภาสถาบันราชภัฏ.

วรรณวิภา สุทธเกียรติ. 2542. การพัฒนาบทเรียนเรขาคณิตที่ใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ ปริญญานิพนธ์การศึกษาดุษฎีบัณฑิต สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.

วัลลภ เฉลิมสุทธิวัฒนาการ. 2546. ทฤษฎีตัวอย่างโจทย์แคลคูลัส. สำนักพิมพ์ท๊อป. กรุงเทพ ฯ.

อังสนา จั่นแดง. 2542. การใช้ระบบพีชคณิตคอมพิวเตอร์อธิบายและพิสูจน์ทฤษฎีบทพื้นฐานแคลคูลัส. เสนอผลงานในการประชุมทางวิชาการทางคณิตศาสตร์ ประจำปี 2541-2542, 26-27 มีนาคม. มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

อังสนา จั่นแดง และวิภาวรรณ สิงห์พริ้ง. 2547. แคลคูลัส 2. ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี. กรุงเทพ ฯ.

Kendal, M. 2001. Teaching and learning introductory differential calculus with a computer algebra system, Dissertation Doctor of Philosophy University of Melbourne. Australia.

Ungsana, C.1997. Using CAS for the visualization of some basic concepts in calculus of several variables. Proceeding of the Second Asian Technology Conference in Mathematics, Penang Malaysia June 19-22, P.168-177.